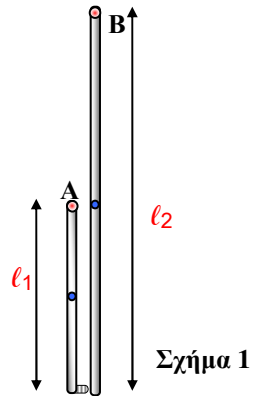


**Ο λόγος μεταβολής της στροφορμής...**

Δύο ράβδοι  $\rho_1$  και  $\rho_2$  με μάζες  $M_1$  και  $M_2$  και μήκη  $l_1$  και  $l_2=2l_1$  αντίστοιχα αρθρώνονται από τα σημεία A και B όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι ροπές αδράνειας της κάθε ράβδου περί άξονα που διέρχεται από το άκρο της καθεμιάς είναι  $I_1= \frac{1}{3} \cdot M_1 \cdot l_1^2$  και  $I_2= \frac{1}{3} \cdot M_2 \cdot l_2^2$ . Οι ράβδοι ανυψώνονται σε κατάλληλα ύψη και συγκρούονται ελαστικά στην κατώτερη θέση όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Η ράβδος  $\rho_1$  φέρει αβαρές εξόγκωμα στο άκρο της αμελητέων διαστάσεων ώστε στη διάρκεια της κρούσης να έρχονται σε επαφή τα άκρα των δύο ράβδων. Θεωρούμε ότι οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης κατά τη διάρκεια της κρούσης μένουν σταθερές. Ο λόγος του μέτρου της μεταβολής της στροφορμής,  $|\Delta \vec{L}_1|$  της ράβδου  $\rho_1$  προς το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής,  $|\Delta \vec{L}_2|$  της ράβδου  $\rho_2$  κατά τη διάρκεια της κρούσης ως προς την άρθρωση της κάθε ράβδου είναι:

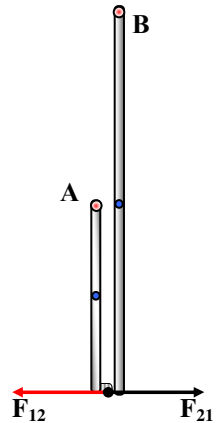


$$\alpha) \frac{|\Delta \vec{L}_1|}{|\Delta \vec{L}_2|} = 1 \qquad \beta) \frac{|\Delta \vec{L}_1|}{|\Delta \vec{L}_2|} = \frac{1}{2} \qquad \gamma) \frac{|\Delta \vec{L}_1|}{|\Delta \vec{L}_2|} = 2$$

**Απάντηση**

Σωστή απάντηση είναι το β.

Το σύστημα των δύο ράβδων δεν είναι μονωμένο στροφικά ως προς κανένα σημείο. Αν θελήσουμε να πάρουμε τη διατήρηση της στροφορμής ως προς ένα από τα σημεία ανάρτησης π.χ. το σημείο A τότε η ροπή της δύναμης του άξονα στη ράβδο  $\rho_2$  ως προς το A δεν είναι μηδέν. Αντίστοιχα και για το σημείο πρόσδεσης B για τη ράβδο  $\rho_1$ .



Εφαρμόζουμε το νόμο μεταβολής της στροφορμής για κάθε ράβδο ως προς το σημείο ανάρτησής της.

Ράβδος 1

$$\Sigma \vec{\tau}_{\rho_1,(A)} = \frac{\Delta \vec{L}_1}{\Delta t} \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} F_{12} \cdot l_1 = \frac{\Delta L_1}{\Delta t} \quad (1)$$

Ράβδος 2

$$\Sigma \vec{\tau}_{\rho_2,(B)} = \frac{\Delta \vec{L}_2}{\Delta t} \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} F_{21} \cdot l_2 = \frac{\Delta L_2}{\Delta t} \quad (2)$$

Οι δυνάμεις  $F_{12}$  και  $F_{21}$  αποτελούν ζεύγος δράσης – αντίδρασης και ισχύει  $F_{12} = -F_{21}$  (3)

Διαιρώντας την (1)/(2) προκύπτει

$$\frac{(1)}{(2)} \xrightarrow{(3)} -\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta L_1}{\Delta L_2} \Rightarrow \frac{|\Delta L_1|}{|\Delta L_2|} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow \frac{|\Delta L_1|}{|\Delta L_2|} = \frac{1}{2}$$

**Σχόλιο**

Προφανώς το ότι η κρούση είναι ελαστική ήταν περιττή πληροφορία.

X. Αγριόδημας  
[chagriodimas@yahoo.gr](mailto:chagriodimas@yahoo.gr)  
[chagriodimas@gmail.com](mailto:chagriodimas@gmail.com)