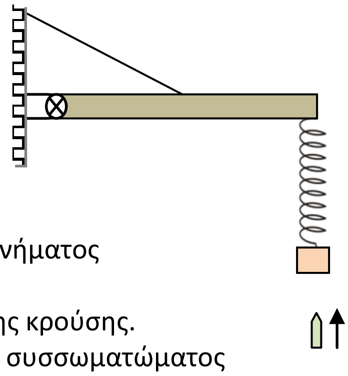
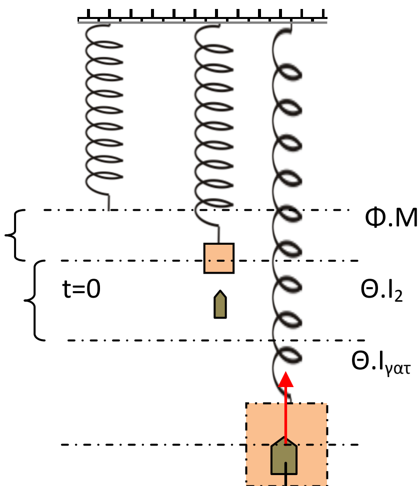
3) Ένα βλήμα m_1=3kg κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και σφηνώνεται με ταχύτητα $υ_1=2\sqrt{3}$m/s στο ακίνητο σώμα m_2=1kg που ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=100 N/m το άλλο άκρο του οποίου συνδέεται στο άκρο οριζόντιας ράβδου .Το άλλο άκρο της ράβδου συνδέεται σε άρθρωση με την οποία δεν παρουσιάζει τριβές.
Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση την t=0 (θετική φορά προς τα πάνω) .Καθ όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση ενώ στο μέσο της είναι συνδεδεμένη με μη εκτατό νήμα που σχηματίζει γωνία $φ=30^0$ με την οριζόντια διεύθυνση. Το άλλο άκρο του νήματος είναι ακλόνητα συνδεδεμένο στον κατακόρυφο τοίχο.



α)να υπολογίσετε τις απώλειες μηχανικής ενέργειας λόγω της κρούσης.
β)να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος τη στιγμή που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος για $1^η$ φορά.
γ)το βλήμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης παραμένει σφηνωμένο μέσα στο σώμα m_2 διότι δέχεται δύναμη από αυτό. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της δύναμης αυτής και να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της. Ποιά χρονική στιγμή θα μεγιστοποιηθεί αυτή για 1η φορά;
*δ)Αν κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης η τάση του νήματος μηδενίζεται περιοδικά να υπολογιστεί την ελάχιστη τιμή του ορίου θραύσης (σε Newton) του ώστε να μην κοπεί κατά τη διάρκεια της κίνησης του συσσωματώματος. ($g=10m/s^2$)

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

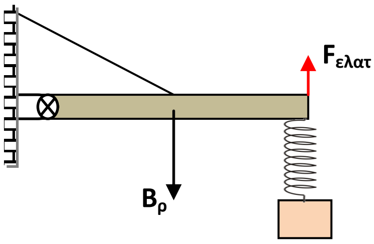
α) από ΑΔΟ έχουμε $p_{πριν}=p_{μετα}$→$m_1υ_1=m_{12}υ_σ$→ $υ_σ=1,5\sqrt{3}$ m/s
$K_{πριν}=1/2m_1υ_1^2$ =18j και $K_{μετα}=1/2\ m_{12}υ_σ^2$ = 13,5m/s άρα οι απώλειες του συστήματος λόγω της κρούσης είναι **4,5j**
β) Στη $Θ.Ι_2$ ισχύει ΣF=0→$m_2g=kx_2$→x_2=0,1m
Στη $Θ.Ι_{γατ}$ ισχύει ΣF=0→$m_{12}g=kx_{12}$→x_{12}=0,4m
Η α.α.τ του συσσωματώματος ξεκινά από απόσταση $x_1=x_{12}-x_2$=0,3m πάνω από τη $Θ.Ι_{γατ}$ κυκλική συχνότητα $ω=(k/m_{12})^{1/2}$=5rad/sec
Την t=0 που ξεκινά η α.α.τ εφαρμόζουμε $K+U_T=E_T$
$1/2m_{12}υ_σ^2+1/2kx_1^2=1/2kA^2$→A=0,6m
Τη στιγμή που το συσσωμάτωμα περνά από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου απέχει από τη $Θ.Ι_{γατ}$ απόσταση $x=x_{12}$=0,4m και εφαρμόζοντας διατήρησης της ενέργειας ταλάντωσης , έχουμε
$1/2m_{12}υ^2+1/2kx^2=1/2kA^2$→$υ=\sqrt{5}$m/s άρα dK/dt=ΣFυ→
→dK/dt= - kxυ**= -40√5 Watt**.

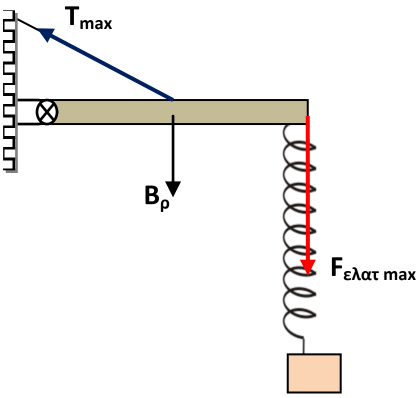


γ) Την t=0 το m_{12} περνά από τη θέση x=0,3m με υ>0 άρα έχουμε $ημφ_0=x_{αρχ}/A=1/2$ άρα $φ_0=π/6$ rad οπότε η εξίσωση απομάκρυνσης της α.α.τ του συσσωματώματος είναι x=0,6ημ(5t+π/6) S.I
Το βλήμα εκτελεί κοινή ταλάντωση με το συσσωμάτωμα άρα $ω_1=ω_2=ω$=5rad/s οπότε έχει σταθερά επαναφοράς $D_1=m_1ω_1^2$=75N/m. Το m_1 εκτελεί α.α.τ υπό την επίδραση του βάρους του και της δύναμης επαφής F, που δέχεται από το m_2. Σε μια τυχαία θέση π.χ κάτω από τη $Θ.Ι_{γατ}$ έχουμε : $ΣF_1=-D_1x$→ $F_1-B_1=-75x$→ $F_1=30-75x$ όπου x€[-0,6,0,6]

άρα παρατηρούμε ότι στην κάτω ακραία θέση η δύναμη αυτή μεγιστοποιείται και παίρνει την τιμή F_1=30-75(-0,6)=**75N** .Έτσι η χρονική εξίσωση της δύναμης επαφής είναι F=30-45ημ(5t+π/6) S.I Τη στιγμή που δύναμη επαφής μεγιστοποιείται για 1η φορά το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της α.α.τ που εκτελεί, άρα από την εξίσωση x(t) θέτοντας χ=-A έχουμε ημ θ=-1→ 2Κπ+3π/2=5t+π/6**→ t=4π/15sec**.

δ) Όταν το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του βρίσκεται πάνω από τη θέση x=+0,4m το ελατήριο είναι συσπειρωμένο και ασκεί στη ράβδο δύναμη προς τα πάνω η οποία μεγιστοποιείται στην άνω ακραία θέση της α.α.τ όπου το ελατήριο έχει παραμόρφωση Δl=A-x_{12}=0,2m .Στην κατάσταση αυτή το ελατήριο ασκεί τη μέγιστη αντιρολογιακή ροπή στη ράβδο η οποία όμως και πάλι ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντια θέση , οπότε συμπεραίνουμε ότι στη θέση αυτή η ροπή της τάσης του νήματος που ασκεί ίδιας φοράς ροπή στη ράβδο με το συσπειρωμένο ελατήριο ,μηδενίζεται. Αυτό συμβαίνει κάθε φορά που το συσσωμάτωμα φτάνει στην άνω ακραία θέση της α.α.τ που εκτελεί εξ ού και η περιοδικότητα του μηδενισμού της τάσης του νήματος.





Άρα από την ισορροπία της ράβδου στη θέση αυτή έχουμε Στ=0→$m_ρ$g d/2=kΔl d→$m_ρ$=4kg
Τώρα στην κάτω ακραία θέση το ελατήριο έχει τη μέγιστή του επιμήκυνση Δlmax=A+x_{12}=1m άρα ασκεί τη μέγιστη ωρολογιακής φοράς ροπή στρέψης στη ράβδο που είναι ομόρροπη με τη ροπή του βάρους της. Άρα το νήμα τότε δέχεται τη μέγιστη 'φόρτιση' διότι είναι η μόνη δύναμη που ασκεί στη ράβδο αντιωρολογιακής φοράς ροπή στρέψης ώστε αυτή να εξακολουθεί να ισορροπεί. Λόγω της ισορροπίας έχουμε:
Στ=0→$m_ρ$gd/2 +kΔl_{max}d=Tmax(d/2)·ημ30 → **T_{max}=480N** που αποτελεί και το όριο θραύσης του νήματος .

.... σε όλους τους μαθητές που αγωνίστηκαν

manmar7@yahoo.gr