

## Περιστρεφόμενοι παρατηρητές.

Περιοριζόμαστε σε επίπεδες κινήσεις. Ένας παρατηρητής μπορεί να μετατοπίζεται χωρίς να στρέφεται, να στρέφεται χωρίς να μετατοπίζεται ή να μετατοπίζεται στρεφόμενος παράλληλα.

Φυσικά το παρατηρούμενο στερεό μπορεί να εκτελεί οιαδήποτε επίπεδη σύνθετη κίνηση.

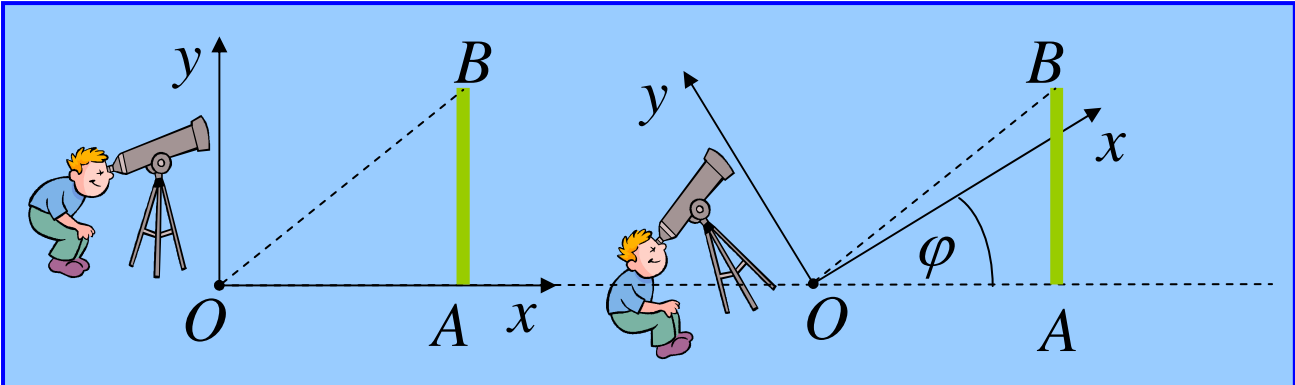
Οι παρατηρητές σχεδιάζονται ως ανθρωπάκια για λόγους παρουσίασης. Στην πραγματικότητα ενδιαφέρουν τα συστήματα αναφοράς τους. Ήτοι οι άξονες που χρησιμοποιούν. Αυτοί μετακινούνται και στρέφονται.

Επιλέγουμε καθαρά γεωμετρικές προσεγγίσεις χωρίς επίκληση εξωτερικών γινομένων.

### Στρεφόμενος παρατηρητής.

Η αρχή των αξόνων του παραμένει στο  $O$ . Οι άξονες στρέφονται κατά γωνία  $\varphi$ .

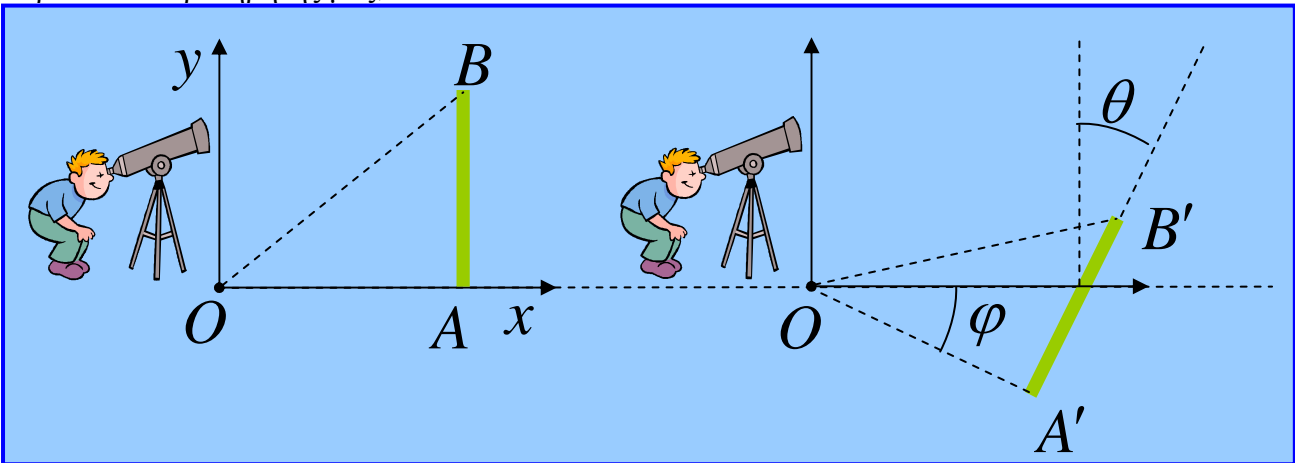
Παρατηρεί το δοκάρι  $AB$ .



Η απόσταση  $OA$  δεν άλλαξε. Η απόσταση  $OB$  δεν άλλαξε. Το μήκος  $AB$  δεν άλλαξε.

Το Πυθαγόρειο θεώρημα δεν άλλαξε εισέτι. Το τρίγωνο  $OAB$  παραμένει ορθογώνιο.

Τι βλέπει ο παρατηρητής μας;



Βλέπει το  $A$  να απέχει συνεχώς σταθερή απόσταση από αυτόν και να στρέφεται ωρολογιακά κατά γωνία  $\varphi$ . Βλέπει ακριβώς τα ίδια και για το  $B$ . Θεωρεί ότι εξετέλεσαν κυκλικές κινήσεις.

Οι επιβατικές ακτίνες  $OA$  και  $OB$  εστράφησαν κατά την ίδια γωνία.

Ο προσανατολισμός του δοκαριού άλλαξε. Εστράφη κατά γωνία  $\theta$ .

Όμως οι γωνίες  $\theta$  και  $\varphi$  είναι οξείες με κάθετες πλευρές. Είναι ίσες.

Πως θα μπορούσαμε εύκολα να προβλέψουμε θέση και προσανατολισμό του δοκαριού; (ως προς τον παρατηρητή μας).

Μην ξεχνάμε το πρόβλημά μας.

Δοκός ακίνητη.

Σύστημα αναφοράς με σταθερή αρχή.

Άξονες που στρέφονται κατά γωνία  $\varphi$ .

Καθαρά γεωμετρική αντιμετώπιση.

Με κέντρο το  $O$  γράφουμε κύκλο ακτίνας  $OA$ .

Στρέφουμε την  $OA$  κατά γωνία  $\varphi$ .

Τοποθετούμε την ράβδο, χωρίς να την περιστρέψουμε, ώστε να έχει αρχή το  $A$ .

Στρέφουμε την ράβδο κατά γωνία  $\varphi$ .

Τα παραπάνω ισχύουν και για απειροστές γωνίες. Αν η επιβατική ακτίνα  $OA$  στραφεί κατά γωνία  $d\varphi$  και η ράβδος (ή το οποιοδήποτε σώμα) στρέφεται κατά γωνία  $d\varphi$ .

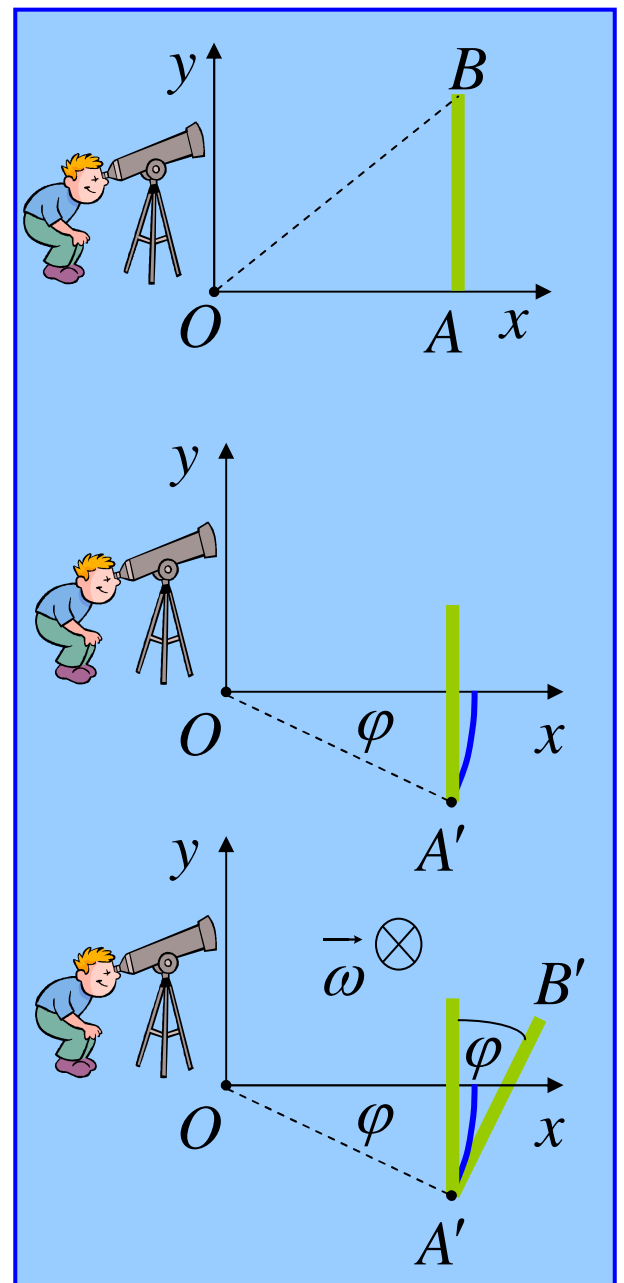
Οι δύο γωνιακές ταχύτητες είναι ίσες.

Αμφότερες έχουν μέτρο  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ .

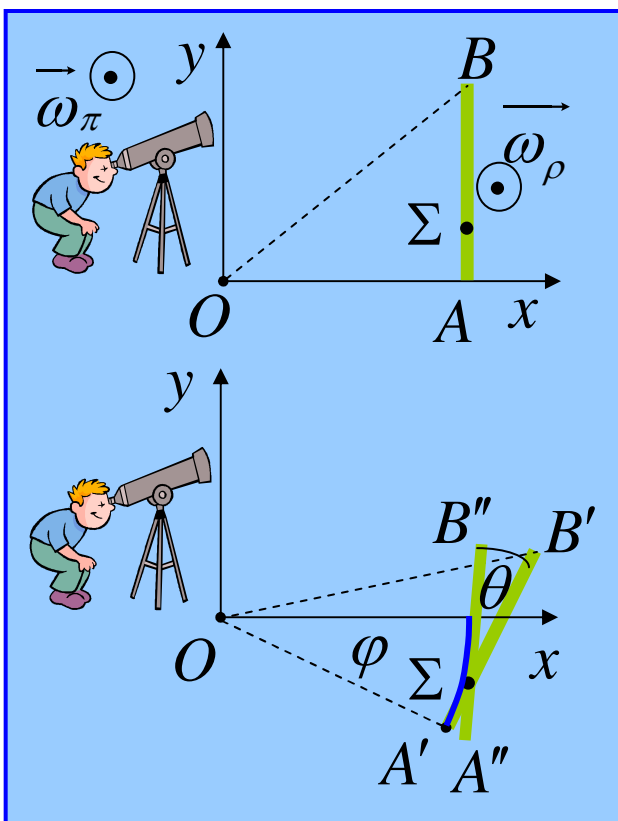
Αμφότερες έχουν την διεύθυνση και την φορά που σημειώθηκε στο σχήμα.

Θα μπορούσαμε να φανταστούμε ως ενιαίο στερεό το τρίγωνο  $OAB$ . Αυτό περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$  ως προς το  $O$ .

Αυτή η λογική είναι ιδιαίτερα βολική σε περιπτώσεις συνθετότερες.



### Στρεφόμενος παρατηρητής, στρεφόμενο σώμα.



Ο παρατηρητής μας στρέφεται ανθωρολογιακά κατά  $\varphi$  και η ράβδος μας ανθωρολογιακά κατά  $\theta$  περί κάποιο σημείο της  $\Sigma$ . Όχι κατ' ανάγκη το κέντρο μάζας του. Κινηματική κάνουμε.

Τι βλέπει ο παρατηρητής μας;

Περιστρέφουμε ωρολογιακά το τρίγωνο  $OAB$ . Σημειώνουμε το σημείο  $\Sigma$  στη νέα του θέση.

Στρέφουμε ανθωρολογιακά την ράβδο μας περί το  $\Sigma$ .

Ο παρατηρητής μας βλέπει την ράβδο να έχει στραφεί κατά ανθωρολογιακά κατά γωνίαν  $\theta - \varphi$ .

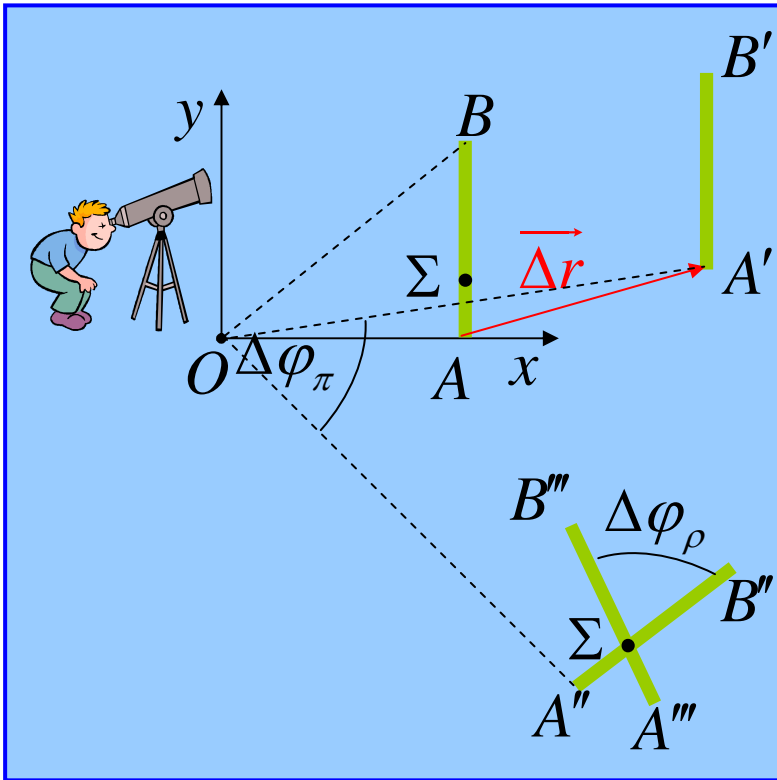
Παραγωγίζοντας συμπεραίνουμε ότι βλέπει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = \omega_\rho - \omega_\pi$

Αν οι γωνιακές ταχύτητες είναι ίσες, τότε  $\omega = 0$  και ο παρατηρητής μας «βλέπει» μεταφορική κίνηση της ράβδου (ή του οιοδήποτε σώματος).

## Η γενικότερη περίπτωση.

Ο παρατηρητής μετατοπίζεται κατά  $\overline{\Delta r}_\pi$  και στρέφεται ανθρωπολογικά κατά  $\Delta\varphi_\rho$ .

Η ράβδος μετατοπίζεται κατά  $\overline{\Delta r}_\rho$  και στρέφεται ανθρωπολογικά κατά  $\Delta\varphi_\rho$ .



Μετατοπίζουμε την ράβδο κατά

$$\overline{\Delta r} = \overline{\Delta r}_\rho - \overline{\Delta r}_\pi.$$

(Θέση  $A'B'$ )

Περιστρέφουμε ωρολογιακά το τρίγωνο  $OA'B'$  περί το O, κατά γωνία  $\Delta\varphi_\pi$ .

(Θέση  $A''B''$ )

Περιστρέφουμε ανθρωπολογικά την ράβδο περί το Σ, κατά γωνία  $\Delta\varphi_\rho$ .

(Θέση  $A'''B'''$ ).

Αν οι γωνιακές ταχύτητες παρατηρητή και σώματος είναι ίσες, τότε αυτός αντιλαμβάνεται μεταφορική κίνηση. Προσοχή όμως.

Η μετατόπιση δεν είναι η  $\overline{\Delta r} = \overline{\Delta r}_\rho - \overline{\Delta r}_\pi$ .

Ούτε η ταχύτητα είναι  $\vec{V} = \vec{V}_\rho - \vec{V}_\pi$ .

$$\text{Είναι } \vec{V} = \vec{V}_\rho - \vec{V}_\pi - \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Προσοχή στο ότι «οι ενέργειες» δεν αντιμετατίθενται.