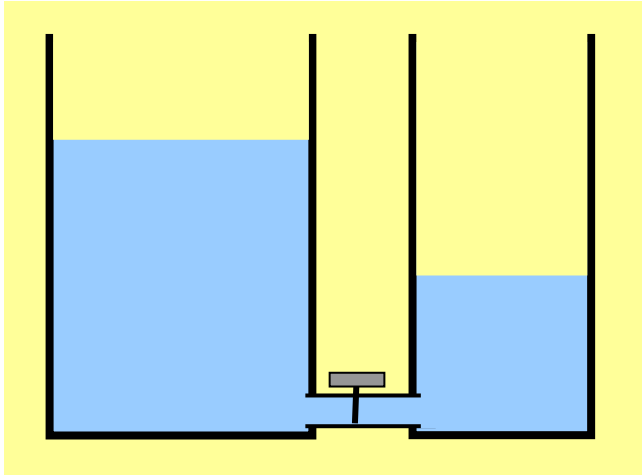


## **Βρείτε τις δύο ταχύτητες. Bernoulli strikes back.**

Οι μαθητές να παρακάμψουν την παρούσα ανάρτηση.



Τα δυο δοχεία του σχήματος έχουν διατομές  $2A$  και  $A$ .

Το νερό έχει βάθος  $2h$  στο αριστερό και  $h$  στο δεξιό δοχείο.

Ο σωλήνας σύνδεσης έχει διατομή  $S$ .

Ανοίγουμε τη βρύση και εισρέει νερό από το αριστερό στο δεξί δοχείο.

Ποιος είναι, ελάχιστο χρόνο μετά, οι ταχύτητες των δύο επιφανειών;

Δίδονται δύο λύσεις.

### **Η πρώτη:**

Βρίσκω μια ροϊκή γραμμή  $AB$ .

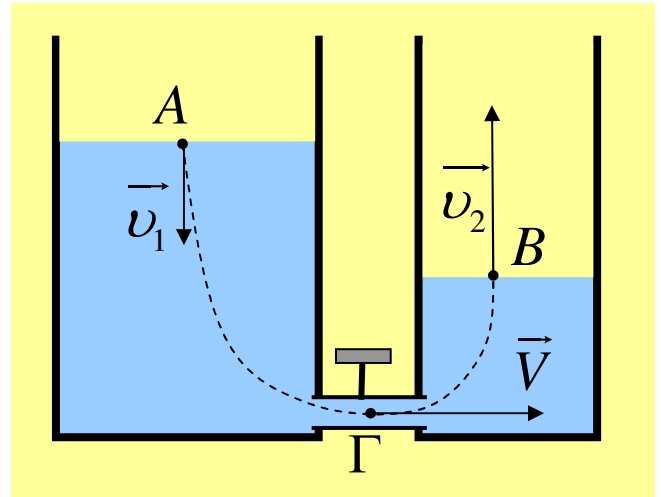
Μπερνούλι:

$$P_{ατμ} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot 2h = P_{ατμ} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h$$
$$\Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Από εξίσωση συνέχειας έχουμε ότι  $v_2 = 2v_1$  (2)

$$(1), (2) \Rightarrow 3v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot g \cdot h}$$

$$\text{Τότε φυσικά } v_2 = \sqrt{\frac{8}{3} \cdot g \cdot h}.$$



### **Η δεύτερη:**

Μπερνούλι από  $A$  σε  $\Gamma$ :

$$P_{ατμ} + \rho \cdot g \cdot 2h + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2$$

Η εξίσωση συνέχειας επιβάλλει  $S \cdot V = 2A \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{S}{2A} \cdot V$

Τότε όμως έχουμε:

$$P_{ατμ} + \rho \cdot g \cdot 2h + \frac{1}{2} \rho \cdot \frac{S^2}{4A^2} V^2 = P_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \quad (1)$$

Ομοίωτα:

$$P_{ατμ} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot \frac{S^2}{A^2} V^2 = P_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \quad (2)$$

Αφαιρώ τις (1) και (2) και....

$$\rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot \frac{S^2}{4A^2} V^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot \frac{S^2}{A^2} V^2 = 0 \Rightarrow 2g \cdot h = \frac{3}{4} \frac{S^2}{A^2} V^2 \Rightarrow V = \frac{A}{S} \cdot \sqrt{\frac{8}{3} \cdot g \cdot h}$$

$$v_1 = \frac{S}{2A} \cdot V = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot g \cdot h} \quad \text{και} \quad v_2 = \sqrt{\frac{8}{3} \cdot g \cdot h}$$

**Η τρίτη:**

Η ταχύτητα ροής του νερού στον σωλήνα καθορίζεται από τις πιέσεις εκατέρωθεν.

Επειδή η ταχύτητα στον σωλήνα είναι πολύ μεγαλύτερη των άλλων, έχουμε ότι:

$$V = \sqrt{2g(2h-h)} = \sqrt{2g \cdot h}$$

Η παροχή είναι  $\Pi = S \cdot V = S \cdot \sqrt{2g \cdot h}$

Όμως η παροχή είναι ίση επίσης με  $\Pi = 2A \cdot v_1 = A \cdot v_2$

Τότε έχουμε ότι  $v_1 = \frac{\Pi}{2A} = \frac{S}{2A} \cdot \sqrt{2g \cdot h}$  και  $v_2 = \frac{\Pi}{A} = \frac{S}{A} \cdot \sqrt{2g \cdot h}$

Προφανώς οι λύσεις διαφέρουν πάρα πολύ σε αποτελέσματα.

Υπάρχει κάποια ανάμεσά τους που είναι σωστή;

Οι μαθητές να μην διαβάσουν την παρούσα ανάρτηση.

Ασχοληθείτε με κάτι άλλο παραμονιάτικα.